

**ESAME DI STATO DI LICEO SCIENTIFICO
CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2008**

- 2** Ricordando che il lato del decagono regolare inscritto in un cerchio è sezione aurea del raggio, si provi che $\sin \frac{\pi}{10} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}$.

SOLUZIONE DELLA PROVA D'ESAME CORSO SPERIMENTALE P.N.I. • 2008

2 Consideriamo il decagono regolare di lato ℓ , inscritto in un cerchio di raggio r e centro O (figura 12).

Poiché per ipotesi il lato ℓ è sezione aurea del raggio r , risulta:

$$r : \ell = \ell : (r - \ell).$$

Applichiamo la proprietà dell'invertire delle proporzioni:

$$\ell : r = (r - \ell) : \ell \rightarrow \frac{\ell}{r} = \frac{r}{\ell} - 1.$$

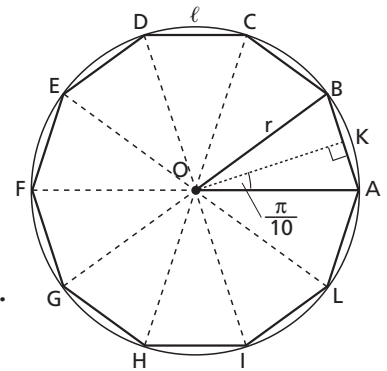
Posto $\frac{\ell}{r} = a > 0$, vale:

$$a = \frac{1}{a} - 1 \rightarrow a^2 + a - 1 = 0 \rightarrow a = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2} = \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} & \text{accettabile} \\ \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} & \text{non accettabile} \end{cases}$$

Consideriamo il triangolo isoscele ABO e conduciamo l'altezza OK che è anche mediana e bisettrice.

Poiché $\widehat{AOB} = \frac{\pi}{5}$, risulta $\widehat{AOK} = \frac{\pi}{10}$. Applichiamo il primo teorema dei triangoli rettangoli della trigonometria:

$$\text{sen } \frac{\pi}{10} = \frac{\overline{AK}}{\overline{AO}} = \frac{\frac{\ell}{2}}{r} = \frac{\ell}{2r} = \frac{a}{2} = \frac{\sqrt{5} - 1}{4}.$$



► **Figura 12.**